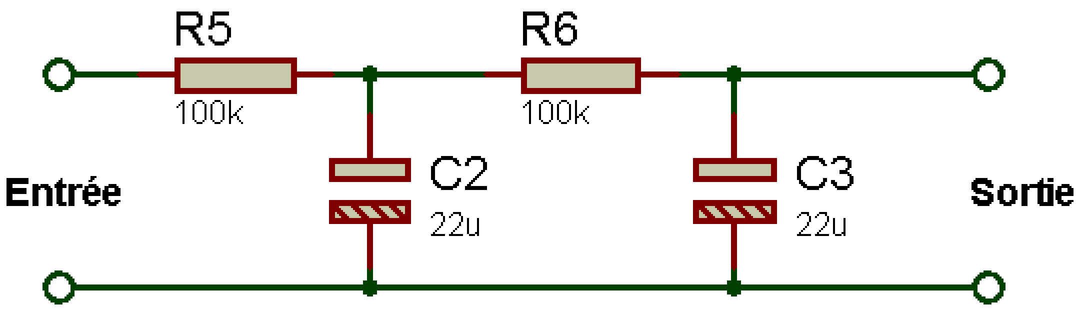
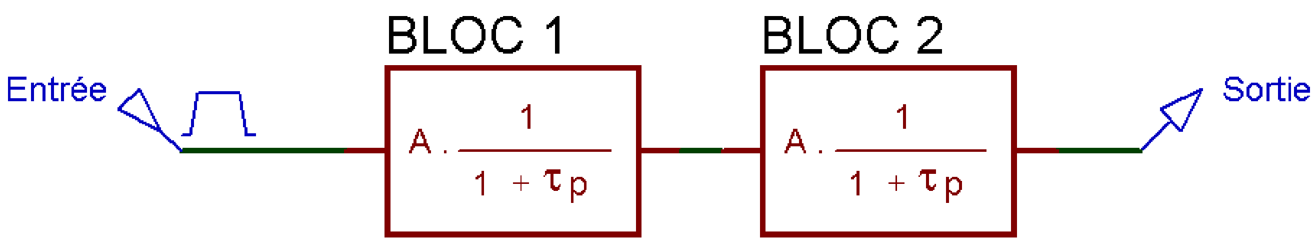
NOTE DE CALCUL

Passer d'un signal créneau vers un signal sinusoïdal c'est ce que nous allons aborder à travers cette note de calcul

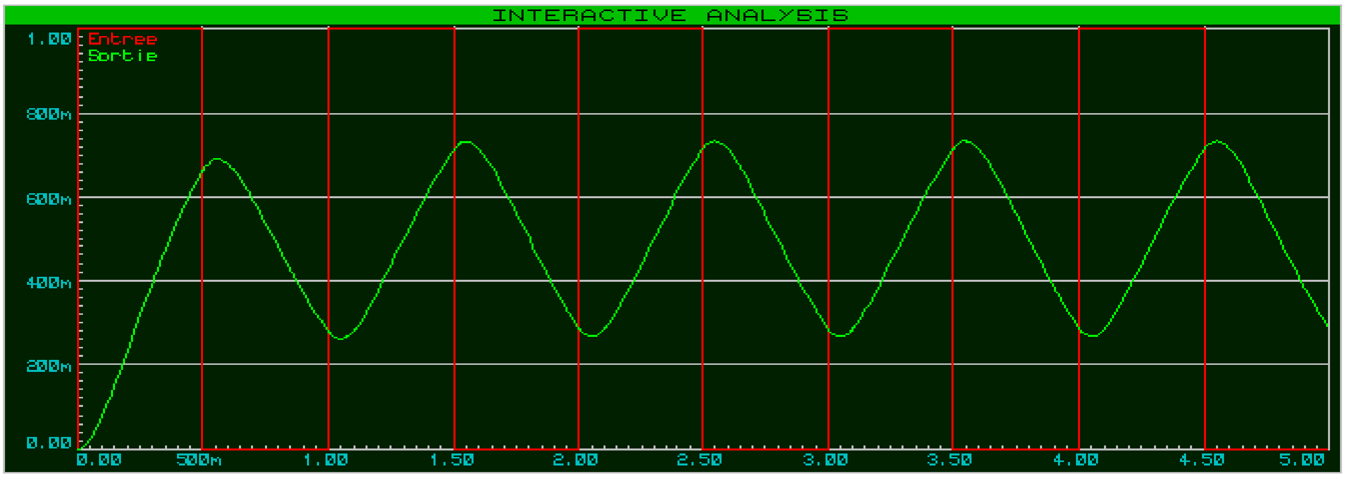
Le Montage suivante est un filtre du 2ème ordre avec en cascade 2 filtres passe bas type RC



Il est donc possible grâce à des outils plus puissants comme les transformées de Laplace de modéliser ce montage électronique ci-dessus en utilisant des « blocs »



En entrée vous apercevez le signal créneau, et en sortie le signal sinusoïdale



1) Etude mathématique du signal pour l'intervalle de 0 à 0,5s

$$\boxed{\boldsymbol{T(p)} = \frac{\boldsymbol{Vs}}{\boldsymbol{Ve}} = \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2}}$$

$$il\ s'agit\ de\ la\ fonction\ de\ transfert\ de\ notre\ filtre$$

$$Vs(p) = Ve(p) \times \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2} \Rightarrow Vs(p) = \frac{Ve(p)}{p} \times \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2}$$

<u>En faisant une décomposition par des éléments simples nous avons :</u>

$$Vs(p) = \frac{Ve(p)}{p} \times \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2} = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{p}} + \frac{\boldsymbol{B}}{\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p}} + \frac{\boldsymbol{C}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2}$$

$$\frac{Ve(p)}{p} \times \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2} = \frac{\boldsymbol{A}\,(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^3 + \boldsymbol{Bp}(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2 + \boldsymbol{Cp}(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})}{\boldsymbol{p}\,(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^3}$$

$$\frac{Ve(p)}{p} \times \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2} = \frac{\boldsymbol{A}\,(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2 + \boldsymbol{Bp}(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p}) + \boldsymbol{Cp}}{\boldsymbol{p}\,(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2}$$

$$Ve(p) = \boldsymbol{A}\,(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p})^2 + \boldsymbol{Bp}(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p}) + \boldsymbol{Cp}$$

$$Ve(p) = \boldsymbol{A}\,(\mathbf{1}+\mathbf{2}\boldsymbol{\tau p}+\boldsymbol{\tau}^2\boldsymbol{p}^2) + \boldsymbol{Bp}(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau p}) + \boldsymbol{Cp}$$

$$Ve(p) = \boldsymbol{A} + \mathbf{2}\boldsymbol{A\tau p} + \boldsymbol{A\tau}^2\boldsymbol{p}^2 + \boldsymbol{Bp} + \boldsymbol{B\tau p}^2 + \boldsymbol{Cp}$$

Par identification nous avons :

$$Ve = (A\tau^2 + B\tau)p^2 + (2A\tau + B + C)p + A$$

D'où :

$$A\tau^2 + B\tau = 0$$

$$2A\tau + B + C = 0$$

A=Ve

Il en résulte que :

$$\boxed{\mathbf{A=Ve\ ;\ B = -Ve\tau\ ;\ } C = -Ve\tau}$$

On peut donc écrire que

$$Vs(p) = \frac{Ve(p)}{p} \times \frac{1}{(1+\tau p)^2} = \frac{Ve}{p} - \frac{Ve\tau}{1+\tau p} - \frac{Ve\tau}{(1+\tau p)^2}$$

Il suffit maintenant de déterminer la transformée inverse de ces 3 transformée qui sont pour :

$$L^{-1}\left[\frac{Ve}{p}\right] = 1U(t)$$

$$L^{-1}\left[-\frac{Ve\tau}{1+\tau p}\right] = -Ve\tau\, L^{-1}\left[\frac{1}{1+\tau p}\right] = -Ve\, L^{-1}\left[\frac{1}{\frac{1}{\tau}+p}\right] = -Ve\, e^{\frac{-t}{\tau}}\, U(t)$$

$$L^{-1}\left[-\frac{Ve\tau}{(1+\tau p)^2}\right] = -Ve\tau\, L^{-1}\left[\frac{1}{(1+\tau p)^2}\right] = -Ve\tau\, L^{-1}\left[\frac{1}{(\frac{1}{\tau^2}\left(\frac{1}{\tau}+p\right)^2}\right] = -\frac{Ve}{\tau}\, L^{-1}\left[\frac{1}{\left(\frac{1}{\tau}+p\right)^2}\right]$$

Remarque à savoir

$$L\left[f(t)e^{-at}U(t)\right) = F(p+a)$$

$$a = \frac{1}{\tau}$$

Donc

$$-\frac{Ve}{\tau}\,L^{-1}\left[\frac{1}{\left(\frac{1}{\tau}+p\right)^{2}}\right]=L^{-1}\left(p+\frac{1}{\tau}\right)=>et\,L^{-1}\left(p+\frac{1}{\tau}\right)=e^{-\frac{1}{\tau}}$$

$$-\frac{Ve}{\tau}\,L^{-1}\left[\frac{1}{(p)^{2}}\right]=-\frac{Ve}{\tau}\,t$$

<u>**Ce qui donne que**</u>

$$\frac{Ve}{\tau}\,L^{-1}\left[\frac{1}{\left(\frac{1}{\tau}+p\right)^{2}}\right]=-\frac{Ve}{\tau}\,t\,e^{-\frac{1}{\tau}}$$

$$Vs(t)=\ 1-Ve\,e^{\frac{-t}{\tau}}-\frac{Ve}{\tau}\,t\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2) **Etude mathématique du signal pour l'intervalle de 0.5s à 1s**

Suffit de remplace Ve par 0V et cela nous donne en respectant le décalage de 5ms vers la droite

$$Vs(t)=\ 1-Ve\,e^{\frac{-t}{\tau}}-\frac{Ve}{\tau}\,t\,e^{-\frac{t}{\tau}}-1+Ve\,e^{\frac{-(t-0.5)}{\tau}}+\frac{Ve}{\tau}\,(t-0.5)\,e^{-\frac{(t-0.5)}{\tau}}$$