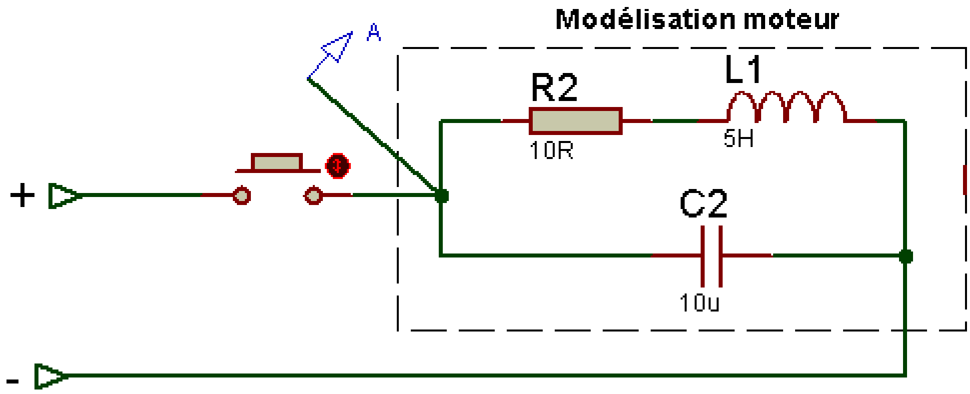
Note de calcul

Calculs de surtensions et détermination d'un filtre RC

Présenté par djelectro71.e-monsite.com

Note de calculs

Le but de cette note de calculs, est de comprendre les phénomènes de surtension aux bornes des contacts d'un contacteur par exemple ou aux bornes d'un bouton poussoir ou autres…Puis de voir par quel moyen nous pouvons diminuer ces surtensions afin d'éviter que ces contacts soient endommagés. L'étude a été faite par simulation et nous développerons les calculs pour avoir un aspect mathématique sur ces phénomènes d'oscillation provoquant des surtensions.



La modélisation du moteur est faite à partir de la résistance R2 qui représente la résistivité du fil du bobinage, L1, correspond à l'inductance du moteur qui consomme de la puissance réactive pour créer le champ magnétique afin que le moteur puisse tourner, puis pour finir le condensateur C2 qui représente l'effet capacitif du fil du moteur. Les valeurs sont des valeurs qui sont arbitraires cela permet de mieux observer les oscillations au Nœud A (potentiel A)

Avant de se lancer dans des pages de calculs précisons les choses à l'instant où nous voyons le schéma, la tension U (entre + et -), interrupteur ouvert (bouton poussoir) aucun courant ne circule et aucune tensions est appliqués aux borne du moteur c'est-à-dire entre le potentiel A et le – est à 0V. On va donc détaillé ce que l'on vient de dire en utilisant des formules

<u>Interrupteur Ouvert</u>

Concernant les courants => i(t)=iL(t)+iC(t) avec i(t)= courant total, iL(t) courant qui circule dans R2 et L1, et iC(t) courant qui circule dans le condensateur C2. Puisque aucun courant circule alors **i(t)=iL(t)=iC(t)=0A.**

Concernant les tensions => La tension aux bornes du moteur est la tension que l'on retrouve aux bornes du condensateur C2, il en résulte qu'elle est nulle puisque l'interrupteur est ouvert ce qui donne uC(t)=0V.

Aucun calcul n'est nécessaire puisque rien ne se passe !!!!!

Interrupteur Fermé

La pour cette fois-ci c'est différents

Concernant les courants => i(t)=iL(t)+iC(t) différents de 0A

Concernant les tensions => uC(t) différent de 0V

Il faut écrire les équations pour comprendre ce qu'il se passe dans le circuit.

A l'instant t(0+) lorsque l'on ferme l'interrupteur, la tension uC(0+)=0V et iL(0+)=0A on appel ceci des conditions initiales.

$$U=uC(t)=R1*iL(t)+uL(t)$$

Transformée de Laplace : ***(on prendre L pour L1)***

$$U = R1 \times iL(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$

Cette équation devient en passant par les transformée de Laplace :

$$\boldsymbol{\frac{U}{p} = R1 \times IL + L[ILp + IL(0+)]} => IL(0+) = 0A\ (condition\ initiale)$$

$$U = R1 \times IL + LIp => U = I[R1 + Lp]$$

$$I = \frac{U}{p} \times \frac{1}{R1 + Lp}$$

Pour trouver la transformée de Laplace inverse il faut passer par la décomposition en éléments simple d'un tel calcul ce qui donne :

$$I = \frac{U}{p} \times \frac{1}{R1 + Lp} = \frac{A}{p} + \frac{B}{R1 + Lp}$$

$$I = U = AR1 + ALp + Bp$$

Il suffit que

$$\begin{cases} AL+B=0 & B = -\left(\frac{UL}{R1}\right) \\ AR1=U & A = \frac{U}{R1} \end{cases}$$

$$I = \frac{U}{R1p} - \left(\frac{UL}{R1}\right)\frac{1}{R1+Lp} = \frac{U}{R1}\left[\frac{1}{P} - \frac{1}{\frac{R1}{L}+p}\right] =$$

D'où :

$$\boxed{\boldsymbol{iL(t) = \frac{U}{R1}\left[1 + e^{-\frac{R1}{L}t}\right]}}$$

djelectro71.e-monsite.com

En ce qui concerne le courant dans iC(t) lui il est nul car la tension U est une tension continue et que :

$$\boldsymbol{iC(t) = C\frac{duC(t)}{dt} = C\frac{dU}{dt} = 0A}\ (la\ dérivée\ d'une\ cst\ est\ nulle)$$

Maintenant, regardons ce qu'il se passe lorsque le temps devient de plus en plus grand, comme si nous laissions appuyer à l'infini sur l'interrupteur. D'un point de vue mathématique en passant par les limites cela donnerais :

$$\lim_{p\to 0} p\,I = \lim_{p\to 0} \frac{U}{R1} \times p \times \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{\frac{R1}{L}+p}\right] = \lim_{p\to 0} \frac{U}{R1} \times [1-0] = \boldsymbol{\frac{U}{R1}}$$

Vous l'avez compris, lorsque l'interrupteur est fermé et que celui-ci n'est jamais ouvert, le courant va évoluer de façon exponentielle pour arriver à une valeur limite $\boldsymbol{i(t)} = \boldsymbol{\frac{U}{R1}}$

En ce qui concerne la tension elle est de U=uC(t) => **uC(0+)=U**

<u>Interrupteur Ouvert</u>

Nous venons de voir précédemment que le courant à $t(+\infty)$,$\boldsymbol{i(t)} = \boldsymbol{\frac{U}{R1}}$ que le courant iC(t)=0A, et que uC(t)=U, voilà donc nos nouvelles conditions initiales.

Que se passe-t-il à l'ouverture de l'interrupteur ?

Concernant les courants => i(t)=iL(t)+iC(t) => 0 = iL(t)+iC(t) => iL(t) = -iC(t)

Concernant les tensions => uC(t) différent de 0V puisque à t(0+)=U (uC(0+)=U)

Il faut écrire les équations pour comprendre ce qu'il se passe dans le circuit.

A l'instant t(0+) lorsqu'on ouvre l'interrupteur, la tension uC(0+)=U et iL(0+)=$-\frac{U}{R1}$ on appel ceci des conditions initiales.

$$C\frac{duC(t)}{dt}\ et\ \ uL(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$uC(t) = uR1(t) + uL(t)$$

$$uC(t) = -R1C\frac{duC(t)}{dt} - LC\frac{d^2uC(t)}{dt^2}$$

<u>Transformée de Laplace :</u> ***(on prendre C pour C2)***

$$\boldsymbol{Uc = -R1C[Ucp - uC(0+)] - LC[Ucp^2 - uCp(0+) - uC'(0+)]}$$

Nous avons remarqué que :

uC(0+) = U et la dérivée de uC(0+)=$\frac{dUc}{dt} = \frac{iC}{C} = -\frac{U}{R1C}$ (car iL(t)= - iC(t))

$$Uc = -R1CUcp + R1CU - LCUcp^2 + LCUp - \frac{LU}{R1}$$

$$Uc = Uc(-R1Cp - LCp^2) + R1CU + LCUp - \frac{LU}{R1}$$

$$Uc(LCp^2 + R1Cp + 1) = R1CU + LCUp - \frac{LU}{R1}$$

<u>Fonction de transfert :</u>

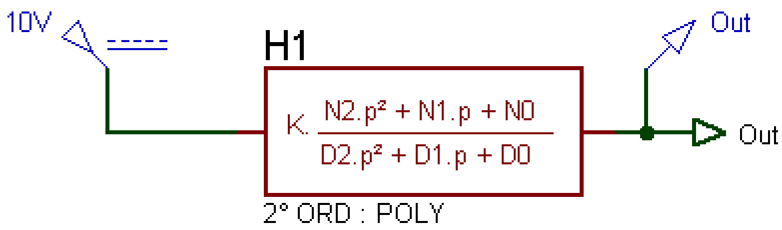
$$\boxed{\boldsymbol{Uc = \frac{1}{R1} \times \frac{R1^2CU - LU + LCR1Up}{LCp^2 + R1Cp + 1} \Rightarrow Gain = \frac{1}{R1}}}$$

Il est ainsi possible de simuler cette fonction de transfert par des valeurs numérique soit :

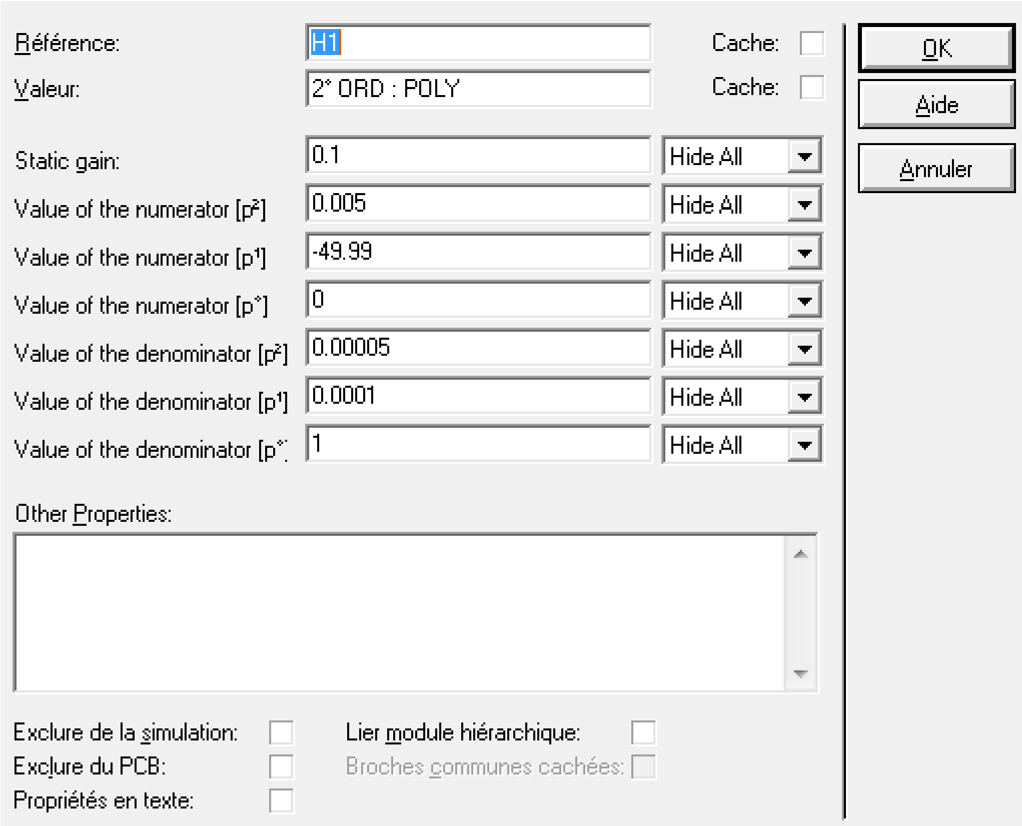
$$Uc = \frac{1}{10} \times \frac{-49.99 + 0.005p}{0.00005p^2 + 0.0001p + 1}$$

<u>Fonction de transfert pour simulation</u>

$$\boldsymbol{Uc = 0.1 \times \frac{0.005p - 49.99}{0.00005p^2 + 0.0001p + 1}}$$

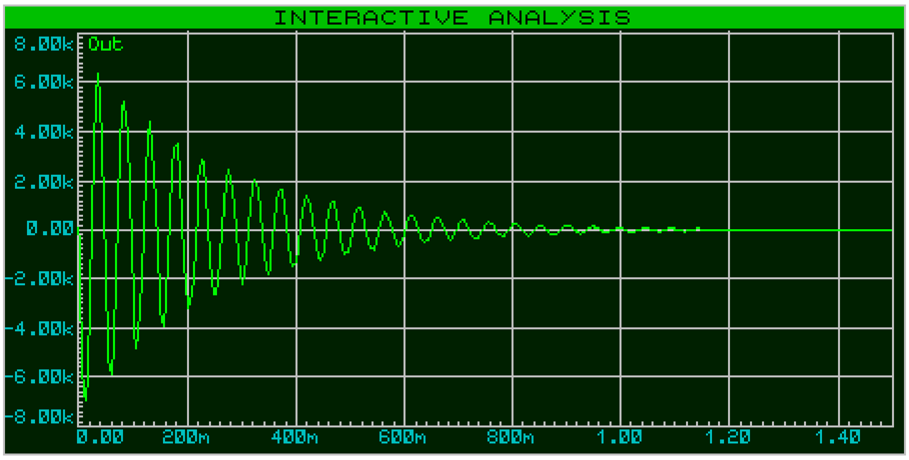


On remplace les valeurs calculées dans le bloc de laplace



(*Attention de bien remplir le tableau 1° au-dessus p devient p² etc….*)

<u>Visualisation par oscilloscope</u>



<u>A Savoir :</u> Plus l’inductance (bobine) est importante et plus la surtension sera grande.

<u>Recherche de la courbe par calculs Uc(t) = Vout:</u>

En reprenant la formule de la fonction de transfert :

$$Uc = \frac{1}{R1} \times \frac{R1^2CU - LU + LCR1Up}{LCp^2 + R1Cp + 1}$$

Il est possible grâce à la forme canonique de la mettre sous la forme suivante :

$$Uc = \left(\frac{U}{R1LC}\right) \times \frac{R1^2C - L + R1LCp}{\left(p + \frac{R1}{2L}\right)^2 - \left(\frac{(R1C)^2 - 4LC}{4(LC)^2}\right)}$$

Par valeur numérique et en mettant une tension U=10V nous avons:

$$Uc = 20000 \times \frac{0.0005p - 5}{(p+1)^2 + 19999}$$

On se retrouve avec :

$$20000 \times \frac{0.0005p}{(p+1)^2 + 19999} + 20000 \times \frac{-5}{(p+1)^2 + 19999}$$

$$10 \times \left[\frac{(p+1)}{(p+1)^2 + 19999} - \frac{1}{(p+1)^2 + 19999}\right] - 1000000 \times \frac{1}{(p+1)^2 + 19999}$$

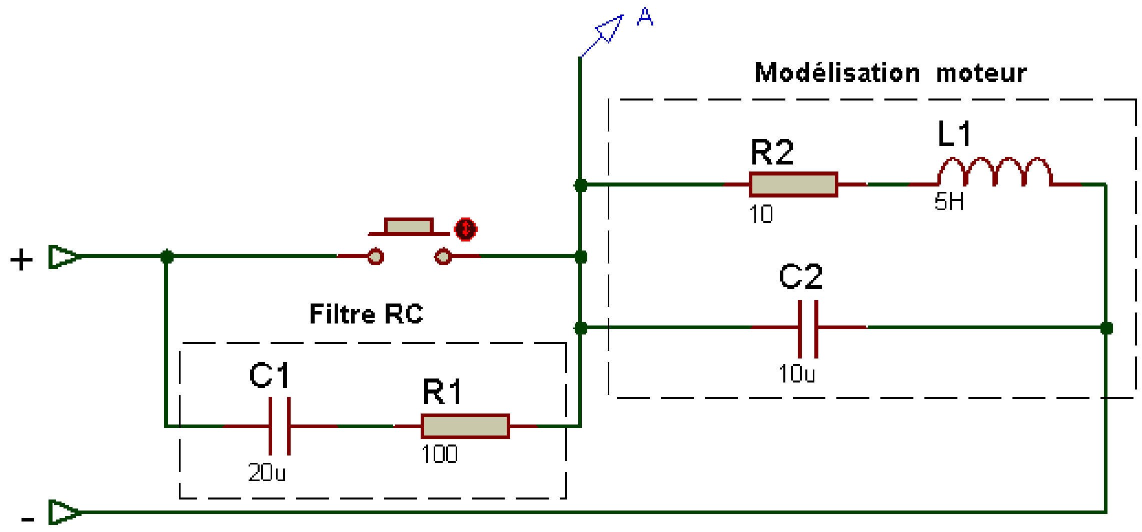
La transformée de Laplace inverse donne :

$$Uc = 10 \times e^{-t} \times \cos(\sqrt{19999} \times t) - 10 \times e^{-t} \times \frac{1}{\sqrt{19999}} \times \sin(\sqrt{19999} \times t) - \frac{1000000}{\sqrt{19999}} \times e^{-t} \times \sin(\sqrt{19999} \times t)$$

$$\boxed{Uc(t) = Vout = e^{-t}\left[10\cos(\sqrt{19999} \times t) - \frac{1000010}{\sqrt{19999}} \times \sin(\sqrt{19999} \times t)\right]}$$

La fréquence de l'ondulation est F=$\frac{1}{T}$=$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{19999}}{2\pi}$ =22Hz (environ)

Mise en place d’un filtre RC aux bornes de l’interrupteur



Interrupteur Ouvert

Nous venons de voir lorsque l’interrupteur a été fermé qu’un courant circule dans le moteur ce qui entraine un régime transitoire puis le régime va s’établir dans le temps. A l’ouverture de l’interrupteur, une surtension apparait aux bornes de notre moteur, et se répercute sur les bornes de notre contact.

Il faut trouver un moyen efficace de supprimer cette surtension en utilisant un filtre RC, l’avantage de ce filtre c’est qu’il peut être utilisé en alternatif comme en continu, ce qui n’est pas le cas pour des diodes (*attention aux inversions de polarités*).

Exprimons le potentiel au point A :

$$VA = U \times \frac{Zmoteur}{Zmoteur + Zfiltre}$$

On remarque le pont diviseur de tension qui est représenté par l’ensemble des composants soit :

$$Zmoteur = \frac{(R + Lp) \times \frac{1}{Cp}}{(R + Lp) + (\frac{1}{Cp})} = \frac{(R + Lp)}{LCp^2 + RCp + 1}$$

$$Zfiltre = \frac{1}{Cp} + R = \frac{1 + RCp}{Cp}$$

$$VA = U \times \frac{\frac{(R+Lp)}{LCp^2+RCp+1}}{\frac{(R+Lp)}{LCp^2+RCp+1}+\frac{1+RCp}{Cp}} = \frac{(R+Lp)Cp}{(R+Lp)Cp+(LCp^2+RCp+1)(1+RCp)}$$

$$VA = U \times \frac{LCp^2+RCp}{LCp^2+RCp+LCp^2+RCp+1+LRC^2p^3+(RCp)^2+RCp}$$

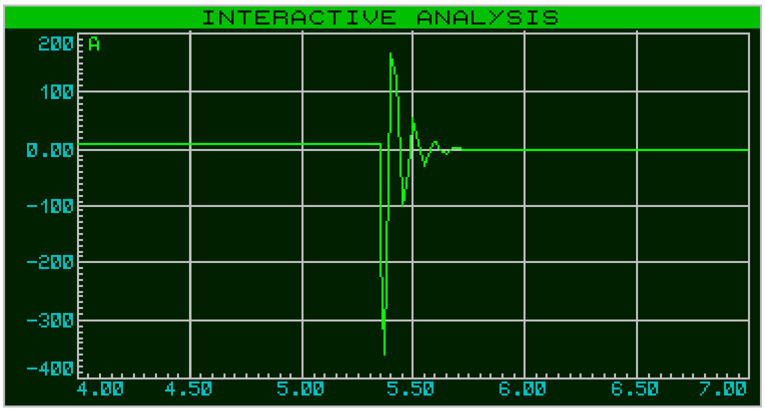
$$VA = U \times \frac{LCp^2+RCp}{LRC^2p^3+(2LC+R^2C^2)p^2+3RCp+1}$$

<u>La fonction de transfert s'exprime par :</u>

$$\boxed{\frac{VA}{U} = \frac{LCp^2+RCp}{LRC^2p^3+(2LC+R^2C^2)p^2+3RCp+1}\ (\text{équation du 3ème degrés})}$$

Pour résoudre une tel équation nous somme obligé de passer par des nombres complexes ou bien alors d'utiliser la formule de CARDAN.

Pour simplifier le calcul prenons une valeur très faible pour le condensateur et la bobine, ce qui favorisera un gain de place. Puis pour la résistance prenons une valeur beaucoup plus importante.



On peut remarquer la chute de tension au potentiel A qui passe de 6kV à 200V valeur crête pour une tension positive.