

---

# Éléments d'électromécanique

---

« Il faut être constamment dans une relative désorganisation, en perte d'équilibre constante. Vous avez fait du ski ? C'est le même mécanisme... La condition du mouvement, c'est d'être en perte d'équilibre. »

Alfred Sauvy, in "L'Express", 19 février 1968.

---

## Résumé

Pour pouvoir mener correctement l'**étude de la motorisation** d'une charge mécanique, il est important de se rappeler les éléments de mécanique essentiels. Une fois ces lois de comportement connues, l'**étude des grandeurs** associées aux actionneurs **électriques** pourra être menée efficacement.

Le **principe fondamental de la dynamique** est rappelé en se plaçant dans le cas favorable où les grandeurs mécaniques sont placées sur un axe unique. Sa projection sur l'axe fournit une relation faisant ressortir ce qui provient de l'**actionneur**, de la **charge entraînée** et des **pertes** inhérentes aux systèmes industriels réels qui sont dus aux **frottements**. L'expression est alors condensée en utilisant le **couple utile**.

Après un inventaire rapide des **types de charges** entraînées, le processus qui conduit de la phase de **démarrage** à l'établissement du **régime permanent** de fonctionnement clôture la présentation des éléments essentiels qui jalonnent une étude électromécanique.

Pour compléter, la **description énergétique** des systèmes permet d'introduire la **puissance mécanique**. Elle permet de qualifier le **fonctionnement** de l'actionneur entre **moteur** et **génératrice**. Enfin, l'indicateur de croissance ou de décroissance de la vitesse permet de mettre en évidence les phases **d'accélération** et de **décélération** des associations électromécaniques.

---

## Sommaire

<b>I. Introduction</b> .....	<b>2</b>
<b>II. Éléments mécaniques</b> .....	<b>2</b>
II.1. Définitions et mise en place .....	2
II.2. Écriture dans le cas général.....	3
II.3. Couple utile .....	3
<b>III. Les charges entraînées</b> .....	<b>4</b>
III.1. Représentations vitesse-couple .....	4
III.2. Les différents types de charges industrielles .....	4
<b>IV. Du démarrage au régime permanent de vitesse</b> .....	<b>5</b>
IV.1. Phase de démarrage .....	5
IV.2. Installation du régime permanent .....	5
<b>V. Aspects énergétiques</b> .....	<b>5</b>
V.1. Puissance mécanique fournie à l'arbre de transmission par la machine.....	5
V.2. Puissance totale reçue par l'arbre.....	6
V.3. Étude énergétique et théorème de l'énergie cinétique (pour un solide).....	6

---

## Bibliographie

- [1] **Jean Bonal**. Entraînements électriques à vitesse variable. Prométhée — Groupe Schneider. Collection Tech & Doc (Lavoisier). 1997.

# I. Introduction

Les charges mécaniques peuvent être aînées d'un mouvement de rotation ou de translation. Des procédés mécaniques permettent de convertir les entraînements en rotation (procurés par un moteur). On limite alors l'étude aux machines électriques tournantes (Figure 1).

Dans ces conditions, il faut réfléchir au choix de la machine puis s'intéresser à son alimentation au travers d'un convertisseur d'énergie électrique.

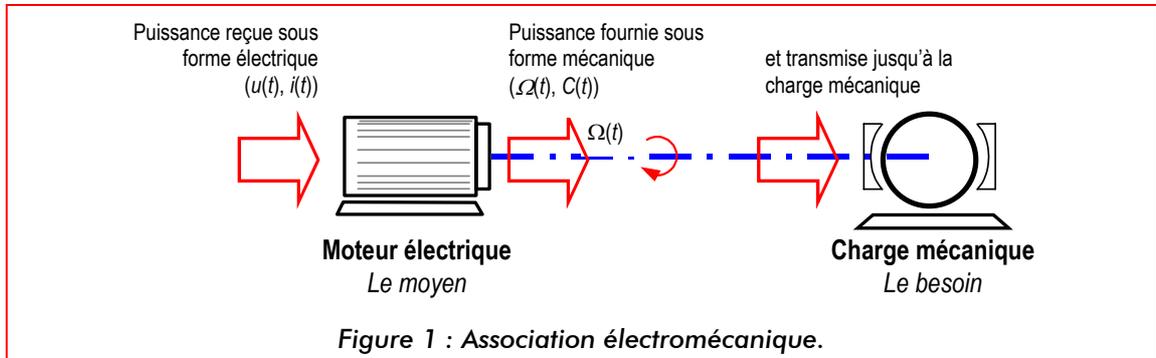


Figure 1 : Association électromécanique.

La loi de mouvement désirée, c'est-à-dire la vitesse  $\Omega(t)$ , et les caractéristiques mécaniques de l'ensemble entraîné, telles que les inerties, les frottements, la loi couple-vitesse de la charge mécanique, résultent des études mécaniques. Il faut alors prédéterminer les lois suivies par les tensions et les courants à l'entrée de la machine pour choisir le nombre de quadrants de fonctionnement et dimensionner le pré-actionneur associé.

Réciproquement, connaissant les caractéristique électriques et mécaniques de l'ensemble (forme et évolution temporelle des courants et tensions d'alimentation), il faut pouvoir prédéterminer la loi de vitesse  $\Omega(t)$  suivie par le groupe électromécanique.

## II. Éléments mécaniques

### II.1. Définitions et mise en place

Pour une majorité des applications, les actionneurs sont rotatifs. On exprime alors les grandeurs « couple » et « vitesse » dans le même repère souvent attaché à l'arbre d'entraînement (qui a au préalable été isolé mécaniquement). On obtient alors une étude au travers d'une seule composante suivant l'axe  $\vec{x}$  colinéaire à l'axe de rotation (Figure 2).

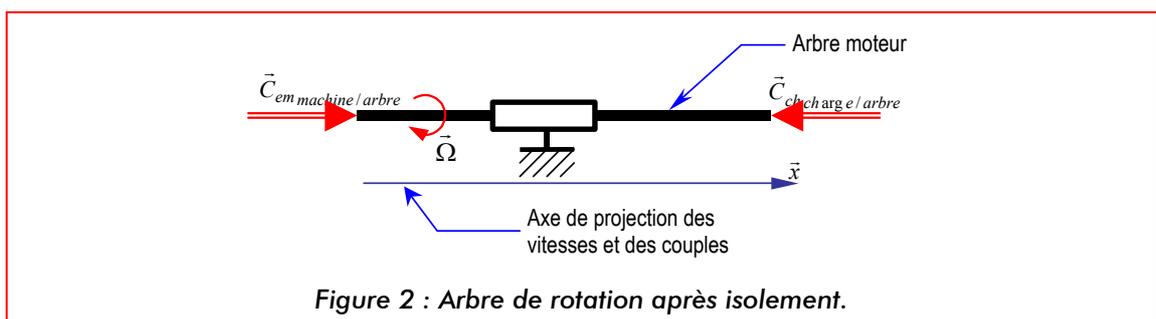


Figure 2 : Arbre de rotation après isolement.

L'arbre en rotation (vitesse  $\bar{\Omega}$ ) est couplé mécaniquement à la charge. L'inertie de toutes les pièces peut être globalisée en un moment d'inertie équivalent  $J_T$  ramené sur l'arbre moteur. L'identification de tous les couples extérieurs  $\sum_{algébrique} \bar{C}_{ext/arbre}$  à l'arbre permet de l'isoler. Ces grandeurs

vectérielles sont portées par l'axe de rotation  $\vec{x}$  qui sont les seules utiles. L'application du **principe fondamental de la dynamique (P.F.D.)** et sa projection suivant  $\vec{x}$  conduisent à une expression vectorielle des grandeurs mécaniques :

$$J_T \frac{d\Omega(t)}{dt} = \sum_{algébrique} C_{ext/arbre}$$

## II.2. Écriture dans le cas général

Le plus souvent, la charge **s'oppose** à la rotation de l'arbre (on dit que la **charge est résistante**). Il est alors d'usage de projeter les vecteurs couple et vitesse en utilisant les notations suivantes :

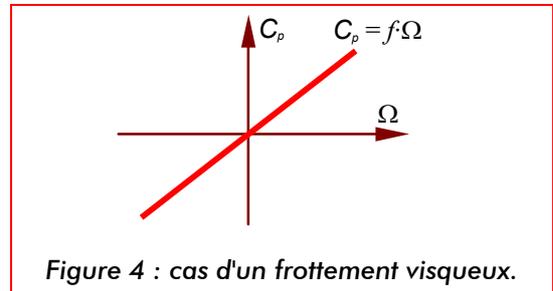
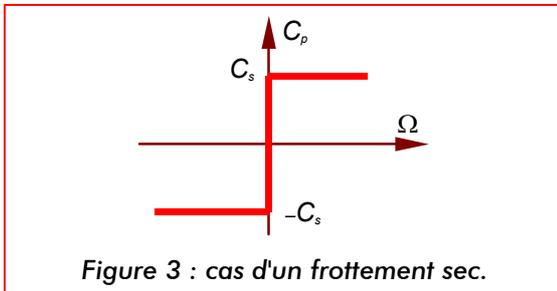
$$\left. \begin{aligned} \vec{C}_{em} &= C_{em} \cdot \vec{x} \\ \vec{\Omega} &= \Omega \cdot \vec{x} \\ \vec{C}_{ch} &= -C_r \cdot \vec{x} \end{aligned} \right\} \text{où } C_{em}, \Omega \text{ et } C_r \text{ sont généralement positifs.}$$

On prend en compte les pertes mécaniques sur l'arbre en les modélisant par un **couple de pertes** qui peut dépendre de la vitesse de rotation :  $\vec{C}_p = -C_p \cdot \vec{x}$ . La projection négative montre que ce couple s'oppose à la rotation.

### Exemples de couples de frottement

Les couples de pertes proviennent souvent du frottement. On en distingue deux catégories :

- le **frottement sec** qui n'est pas linéaire ; il dépend du sens de rotation (Figure 3) ;
- le **frottement visqueux** qui est linéaire ;  $C_p = f \cdot \Omega$  où  $f$  est le coefficient de frottement visqueux (Figure 4).



## II.3. Couple utile

En tenant compte de toutes les indications précédentes et en projetant la relation vectorielle, on peut écrire :

$$J_T \frac{d\Omega(t)}{dt} = C_{em}(t) - C_r(t) - C_p(t)$$

On regroupe les parties du couple qui traduisent ce qui est disponible pour entraîner la charge. C'est ce qu'il reste du couple électromagnétique une fois enlevées les pertes mécaniques. Il est appelé **couple utile** développé par la machine sur l'arbre :

$$C_u = C_{em} - C_p$$

Le P.F.D. s'exprime alors :

$$J_T \frac{d\Omega(t)}{dt} = C_u - C_r$$

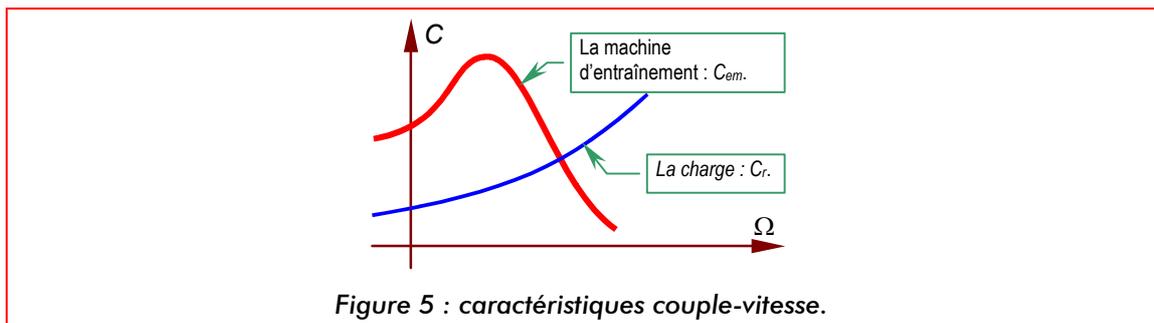
### III. Les charges entraînées

Avant d'assembler l'actionneur et la charge mécanique, il est important de voir à quoi cette dernière ressemble.

#### III.1. Représentations vitesse-couple

A l'instar des dipôles électriques, les caractéristiques mécaniques de fonctionnement mettent en relation la vitesse de rotation  $\Omega$  (l'homologue de la tension électrique) et le couple  $C$  (l'homologue du courant) au travers de la **caractéristique vitesse-couple**  $C(\Omega)$ .

L'association de la machine à la charge consiste à confronter les deux caractéristiques de la machine et de la charge.

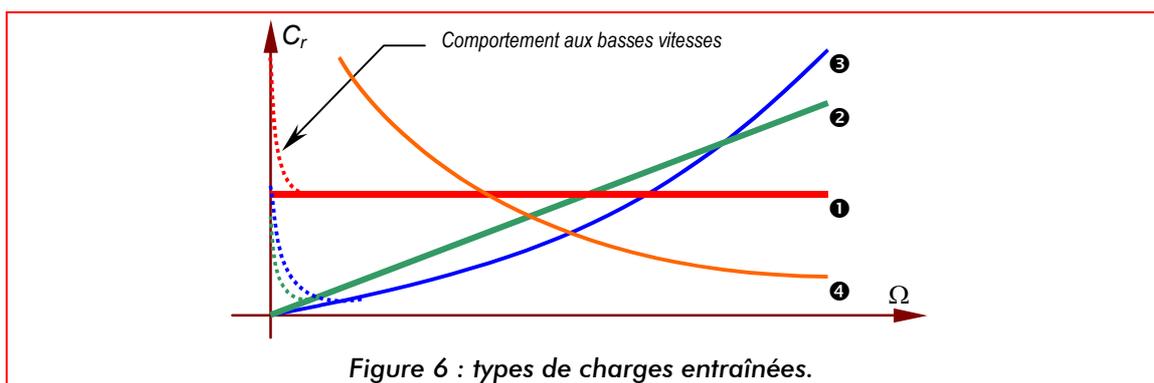


#### III.2. Les différents types de charges industrielles

Les charges entraînées ont des caractéristiques couple-vitesse qui dépendent du type de charge.

On les classe suivant l'allure analytique de la caractéristique du couple résistant (Figure 6) :

- Couple résistant constant ❶ comme les compresseurs et les pompes à pistons, les engins de levage et de manutention, les bandes transporteuses, les broyeurs et les concasseurs (...)
- Couple résistant proportionnel à la vitesse ❷ comme les presses, les freins à courants de Foucault et la plupart des machines-outils (...)
- Couple résistant proportionnel au carré de la vitesse ❸ comme les pompes et les compresseurs centrifuges, les ventilateurs et les soufflantes, les pompes à vis et à hélice ou les centrifugeuses (...)
- Couple résistant inversement proportionnel à la vitesse ❹ (c'est-à-dire une puissance constante) comme les bobineuses, les tours ou les dérouleuses à bois (...).



Ces réponses peuvent varier en situation réelle en raison de l'influence des organes de ventilation, des paliers, mais aussi les pertes fer qui comportent un terme proportionnel à la vitesse (hystérésis) et un proportionnel au carré de la vitesse (courants de Foucault), etc.

D'autres part, certaines machines présentent un couple de décollage (petites vitesses) important comme les concasseurs ou les broyeurs (partie pointillée des caractéristiques).

## IV. Du démarrage au régime permanent de vitesse

### IV.1. Phase de démarrage

Durant la phase de démarrage, le P.F.D. montre que la machine d'entraînement doit compenser le terme  $J_T \frac{d\Omega(t)}{dt}$  appelé **couple d'accélération**. Graphiquement, il faut que la caractéristique couple-vitesse de la machine soit au-dessus de celle de la charge.

### IV.2. Installation du régime permanent

Le régime permanent de vitesse est atteint dès que la vitesse de rotation  $\Omega$  de l'ensemble électromécanique est constante.

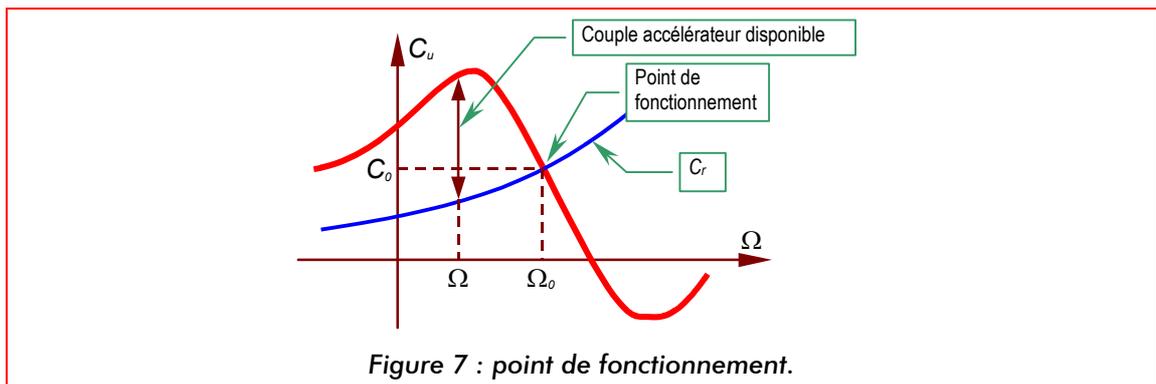
Il n'y a plus de variations, le couple d'accélération s'annule et l'expression issue du P.F.D. devient :

$$C_u = C_r$$

Le **régime** est dit **statique** car il n'y a plus de variations.

L'intersection de la courbe de couple utile de la machine et la courbe de couple résistant de la charge donne le **point de fonctionnement en régime permanent** (Figure 7).

Ce point fournit les valeurs de la vitesse de rotation et du couple utile sur l'arbre lorsque la vitesse est établie (après la phase de démarrage).



## V. Aspects énergétiques

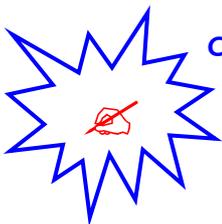
### V.1. Puissance mécanique fournie à l'arbre de transmission par la machine

La puissance mécanique **fournie à l'arbre par la machine** (donc reçue par l'arbre du côté machine) est égale au produit scalaire des vecteurs couple électromécanique  $\vec{C}_{em}$  et vitesse de rotation  $\vec{\Omega}$ .

$$P_{em} = \vec{C}_{em} \cdot \vec{\Omega}$$

#### Remarque

Cette puissance ne tient pas compte des pertes mécaniques, sinon on utilise le couple utile.



#### **Conclusion**

$P_{em} > 0$  : si les vecteurs couple et vitesse sont orientés dans le même sens.

Fonctionnement en **moteur électrique**  $\Rightarrow$  **générateur mécanique**.

$P_{em} < 0$  : si les vecteurs couple et vitesse sont orientés en sens opposés.

Fonctionnement en **génératrice électrique**  $\Rightarrow$  **frein (récepteur) mécanique**.

## V.2. Puissance totale reçue par l'arbre

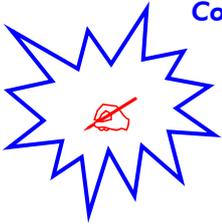
En isolant l'arbre, on établit le bilan de toutes les puissances mécaniques reçues de l'extérieur :

$$P_T = \left[ \sum \vec{C}_{ext/arbre} \right] \cdot \vec{\Omega}$$

Ou encore :

$$P_T = J_T \cdot \Omega \cdot \frac{d\Omega(t)}{dt}$$

### Conclusion



$P_T > 0$  si  $\Omega$  et  $\frac{d\Omega}{dt}$  sont orientés dans le même sens : il s'agit d'une **accélération**.

$P_T < 0$  si  $\Omega$  et  $\frac{d\Omega}{dt}$  sont orientés en sens inverses : il s'agit d'une **décélération**.

## V.3. Étude énergétique et théorème de l'énergie cinétique (pour un solide)

Si on reprend les résultats précédents, issus du P.D.F., on remarque que :

$$P_T = J_T \cdot \Omega \cdot \frac{d\Omega(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} J_T \Omega^2(t) \right)$$

En conséquence, puisque la puissance est la dérivée de l'énergie, on exprime l'**énergie cinétique**  $E_c$  pour l'arbre en rotation :

$$E_c(t) = \frac{1}{2} J_T \Omega^2(t)$$

En appliquant un raisonnement similaire pour un mouvement de translation, l'énergie cinétique est :

$$E_c(t) = \frac{1}{2} m v^2(t)$$

En conclusion, à partir du P.D.F. et de l'énergie (ou de la puissance) mise en jeu, on établit un nouveau résultat, le **théorème de l'énergie cinétique** :

Dans un repère galiléen, la dérivée de l'énergie cinétique  $E_c$  d'un système est égale à la puissance  $P_T$  fournie par les actions mécaniques extérieures agissant sur le système :

$$P_T = \frac{dE_c(t)}{dt}$$

Dans le cas général, l'énergie cinétique provient de toutes les pièces en rotation, d'inertie équivalente  $J_T$  ramenée sur l'arbre étudié, tournant à la vitesse  $\Omega(t)$  ; ou des pièces en translation de masse équivalente  $m$ , se déplaçant à la vitesse  $v(t)$ .

Cette analyse fait intervenir la dérivée de l'énergie qui est une grandeur continue du temps (on n'envisage jamais de déplacer une énergie instantanément). En conséquence la vitesse ne peut subir de discontinuité. Cette propriété est souvent mise à profit pour l'étude des mouvements.